Stats au Bac

Exercice 1 **8 points**

Des résultats expérimentaux

On peut estimer l'äge de très vieux troncs d'arbres de deux façons :

- d'une part, en étudiant les anneaux de croissance;
- d'autre part, en mesurant la radioactivité résiduelle du carbone 14.

On a ainsi analysé d'anciens morceaux de séquoias et de pins par les deux méthodes.
Voici le tableau des résultats obtenus :
t, est l'âge, en milliers d'années, donné par la méthode des anneaux de croissance ;
A_i est la radioactivité résiduelle exprimée en unité de radioactivité.

t_i	0,5	1	2	3	4	5	6,3	7,8
A_i	14,5	13,5	12	10,8	9,9	8,9	8	6,8

1) Recopier et compléter le tableau suivant où $\ln A_i$, est le logarithme népérien de A_i. On arrondira les valeurs trouvées au centième le plus proche.

t_i	0,5	1	2	3	4	5	6,3	7,8
$y_i = \ln A_i$	2,67							1,92

2) Tracer le nuage de points $M_i(t_i\ ;\ y_i)$
   On prendra en abscisses : 1 cm pour 500 ans ; en ordonnées : 5 cm pour une unité.
3) a) Déterminer une équation de la droite D passant par le premier et le dernier point de ce nuage.
   b) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
   c) Le point G appartient-il à D ?
   d) Placer G et D sur le dessin precedent.
4) On trouve un autre tronc d'arbre que l'on estime (d'après la méthode des anneaux de croissance) vieux de 5 700 ans.
   Donner alors la radioactivité résiduelle qu'on lui trouverait en utilisant la droite D précédente :

   a) graphiquement, en faisant appara"tre sur le dessin les traits permettant la lecture du résultat ;
   b) par le calcul, en prenant pour équation de D : $y = -0{,}1t + 2{,}72$.

Exercice 2 **8 points**

On met en contact des bactéries avec un agent antimicrobien.
Dans le tableau ci-dessous,
t_i désigne le temps (en minutes) d'exposition des bactéries à l'agent antimicrobien,

y_i désigne le nombre de survivants sur 10^6 bactéries.

t_i	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	120	67	49	27	20	9	7	3
$z_i = \ln y_i$								

1) Recopier le tableau en complétant la dernière ligne $z = \ln y_i$.
Donner les résultats arrondis à 10^{-1} près.
2) Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées $(t_i\ ; z_i)$ dans un repère orthogonal (*unités graphiques 2 cm pour 10 minutes en abscisse et 2 cm pour une unité en ordonnée*).
3) a) Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux quatre premiers points du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux quatre derniers points du tableau.
   b) Tracer la droite (G_1G_2).
   c) Une équation de la droite (G_1G_2) est de la forme $z = at + b$. Calculer les nombres réels a et b.
   On admet que cette droite réalise un bon ajustement du nuage de points.
4) En utilisant l'ajustement précédent sur l'intervalle $[15\,;\,90]$,
   a) calculer le nombre de survivants sur 106 bactéries au bout de 90 minutes d'exposition,
   b) discuter le résultat obtenu.

EXERCICE 3 — 5 points

Après la prise d'une boisson alcoolisée par une personne, on procède à l'étude de l'évolution de la quantité d'alcool présente dans son tube digestif

À l'instant t, on note $u(t)$ la quantité d'alcool encore présente dans le tube digestif avec t exprimé en minutes et $u(t)$ en moles d'alcool. On a relevé les résultats suivants :

t_i (en min)	0	1,5	4,5	9	15	18
$u_i = u(t_i)$ (en mole)	1,2	0,94	0,56	0,26	0,10	0,06

On pose $v_i = \ln(u_i)$.

1) Recopier et compléter, avec des valeurs arrondies à 10^{-2} près, le tableau suivant :

t_i	0	1,5	4,5	9	15	18
v_i						

2) Représenter le nuage de points $M_i(t_i\ ;\ v_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées). Que remarque-t-on ?
3) On désigne par G_1 le point moyen des trois premiers points du nuage et par G_2 celui des trois derniers.
   a) Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 et tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.
   b) Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $v = mt + p$.

   On admet que cette droite constitue un bon ajustement du nuage de points M_i.
4) À partir de cet ajustement, déterminer la quantité d'alcool encore présente dans le tube digestif de cette personne à l'instant $t = 20$.